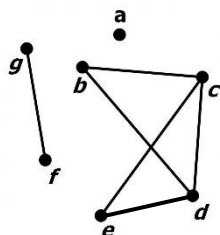


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی - فیزیک
تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: الف) اگر $x$ یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز عددی گنگ است. ب) اگر $a b+c$ آنگاه $a b$ یا $a c$ . پ) برای مقادیر حقیقی و نا صفر $a$ و $b$ به شرط آنکه $a+b \neq 0$ تساوی $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار است. ت) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت های مناسب بنویسید . الف) حاصل $([m^r, m], m^s)$ برابر با ..... است . ب) اگر برای دو عدد صحیح و نا صفر $a$ و $b$ داشته باشیم $(a, b) = 1$ ، می گوییم $a$ و $b$ ..... هستند. پ) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از راس هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر ..... می نامیم. ت) تعداد یال های گراف $K_7$ برابر ..... است.	۱
۳	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: « برای هر دو عدد حقیقی $x$ و $y$ داریم: $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1)$ »	۱
۴	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و دو عدد $(4m + 5)$ و $(5m + 6)$ بر $a$ بخشپذیر باشند ثابت کنید $a = \pm 1$ .	۱/۲۵
۵	اگر $a$ و $b$ عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + 5)$ را بر ۸ بیابید.	۱
۶	باقی مانده تقسیم عدد $20! + 19! + 18! + 17! + 16! + 15! + 14! + 13! + 12! + 11! + 10! + 9! + 8! + 7! + 6! + 5! + 4! + 3! + 2! + 1!$ بر ۱۵ بدست آورید. (! نماد فاکتوریل می باشد)	۱/۵
۷	معادله همنهشتی $4x \equiv 10 \pmod{6}$ را در صورت امکان حل کرده و مجموعه جواب آن به دست آورید.	۱
۸	در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) تعداد رئوس یک گراف را ( اندازه ، مرتبه ) می نامیم. ب) گرافی را همبند می نامیم که بین هر دو رأس آن یک ( مسیر ، یال ) وجود داشته باشد. پ) اگر $G$ یک گراف $n$ رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر با $(n(n-1))$ ، $\frac{n(n-1)}{2}$ ( است. ت) گراف $C_n$ تنها یک ( دور ، مسیر ) $n$ رأسی دارد.	۲
۹	گراف $G$ (شکل مقابل) را در نظر بگیرید: الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول ۴ بنویسید. پ) دو مسیر به طول ۳ با شروع از راس $b$ بنویسید . ت) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵

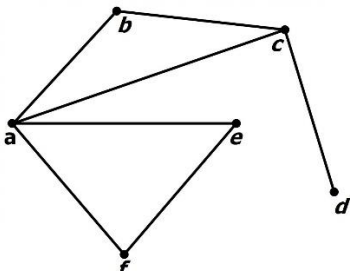


«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

باسمه تعالی

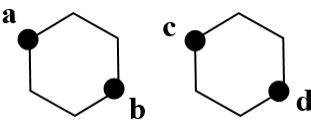

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی - فیزیک
تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. ( استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۱۰	عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱
		
۱۱	یک گراف ۲-منتظم ۱۲ راسی بکشید که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۲	می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم . اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند ، این کار را به چند روش می توان انجام داد؟	۱
۱۳	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوریکه ، از گل نوع سوم فقط ۳ شاخه و از گل نوع چهارم دست کم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۴	قرار است سه مدرس $T_1, T_2, T_3$ در سه جلسه متوالی در سه کلاس $C_1, C_2, C_3$ به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور، با استفاده از مربع لاتین، برنامه ریزی کنید.	۱/۲۵
۱۵	چند عضو از مجموعه $S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 630\}$ نه بر ۳ و نه بر ۵ بخشپذیرند؟	۱/۵
۱۶	هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ انتخاب می کنیم، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{8}$ است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۱	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره									
۱۱	<p>رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه گری آن (انمره)</p>  <p>(ص ۵۳)</p> <p>(به شکل های دیگر نیز نمره داده شود). مانند:</p> 	۱									
۱۲	<p>(۰/۷۵)</p> <p><math>4 \times 2^4 = 384 (۰/۲۵)</math> (ص ۷۱)</p>	۱									
۱۳	<p><math>x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 16 \quad x_2 = 3 \quad x_4 \geq 3, x_5 \geq 5 (۰/۵) \xrightarrow{x_2=3, x_4=y_2+3, x_5=y_5+5}</math></p> <p><math>x_1 + x_2 + 3 + y_4 + 3 + y_5 + 5 = 16 (۰/۲۵) \quad x_1 + x_2 + y_4 + y_5 = 5 \quad x_i \geq 0, y_i \geq 0 (۰/۲۵) \rightarrow</math></p> <p><math>\binom{5+4-1}{4-1} = 56 (۰/۷۵)</math> (ص ۷۱)</p>	۱/۷۵									
۱۴	<p>فرض کنیم هر سطر نشان دهنده هر کلاس و اعداد ۱، ۲ و ۳ در مربع لاتین نمایانگر مدرس های حاضر در کلاس باشند.</p> <p>(۰/۲۵) طبق مربع لاتین <math>3 \times 3</math> زیر هر مدرس در هر جلسه در یک کلاس حاضر می شود و در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس دارد. (۰/۲۵) (ص ۶۲)</p> <table border="1" data-bbox="183 1097 367 1254"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <p>(۰/۷۵)</p>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱/۲۵
۱	۲	۳									
۳	۱	۲									
۲	۳	۱									
۱۵	<p><math> A \cup B  =  s  -  A \cup B  =  s  -  A  -  B  +  A \cap B  (۰/۲۵)</math></p> <p><math> s  = 630 (۰/۲۵),  A  = 210 (۰/۲۵),  B  = 126 (۰/۲۵),  A \cap B  = 42 (۰/۲۵) \quad (ص ۸۳)</math></p> <p><math>\Rightarrow  A \cup B  = 336 (۰/۲۵)</math></p>	۱/۵									
۱۶	<p>ابتدا مستطیل مورد نظر را به ۶ مربع به ضلع ۲ تقسیم می کنیم و هر قسمت را یک لانه فرض می کنیم و هفت نقطه را</p> <p>هفت کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری دست کم یک لانه وجود دارد که شامل دو کبوتر است</p> <p>(۰/۲۵) با توجه به قضیه فیثاغورس داریم:</p> <p>(ص ۸۴)</p> <p><math>AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow AB^2 &lt; 2^2 + 2^2 (۰/۲۵) \Rightarrow AB^2 &lt; 8 (۰/۲۵) \Rightarrow AB &lt; \sqrt{8} (۰/۲۵)</math></p>	۱/۲۵									
۲۰	جمع نمره										

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»